

METODOLOGIA DE LA INVESTIGACIÓN

U.T.N. – Fac. Reg. La Plata
Departamento de Ingeniería en Sistemas de Información

Actividades 2003

Prof. Dr. Carlos Garay

Unidad 1: El razonamiento natural y simbólico

Objetivos: que el alumno logre

1. comprender con claridad los razonamientos formales e informales, su estructura, sus alcances y sus límites.
2. relacionar el razonamiento con las diversas fuentes de conocimiento científico, con sus motivaciones y con sus consecuencias

Contenidos:

Características de los lenguajes naturales y de los lenguajes artificiales. Funciones y tipos de lenguaje natural. Términos y oraciones. Tipos de términos. Definiciones. Tipos de definición. Definiciones implícitas y explícitas. El razonamiento formal e informal. Correlación entre lenguajes formales e informales. El problema de la verdad.

Bibliografía:

COPI, Irving, *Introducción a la lógica*, Buenos Aires, Eudeba, varias ediciones, capítulos 1, 2, 3 y 11.

HAACK, Susan, *Filosofía de las lógicas*, Madrid, Cátedra, págs. 23 a 47, sobre el ámbito de la lógica y la noción de validez.

Características de los lenguajes naturales y de los lenguajes artificiales.

Diferencias entre los lenguajes naturales y los artificiales:

Lenguajes naturales	Lenguajes artificiales
Condicionados históricamente	No condicionados históricamente
No poseen una gramática explícita	Sí poseen gramática explícita (estructura especificable)
Multipropósito	Creados con un fin determinado
Vagos	Precisos
Ambiguos	Unívocos
Poseen textura abierta	Sin textura abierta (rígidos)

Funciones y tipos de lenguaje natural.

Los lenguajes naturales nos sirven para diversos propósitos:

Informar: hacemos que otras personas conozcan lo que ocurrió. Utilizamos **la función informativa** del lenguaje en relatos y descripciones. Lo que decimos informativamente suele ser verdadero o falso. En algunas ocasiones esto último no importa. Para desempeñar esta función utilizamos oraciones declarativas, pero no siempre. Ejemplo: “la vaca nos da la leche”.

Dar órdenes: requerimos que otras personas modifiquen su conducta. Las expresiones lingüísticas, en su **función directiva**, no son ni verdaderas ni falsas. Una orden se cumple o no se cumple. Para impartir órdenes solemos utilizar oraciones imperativas, pero también pueden utilizarse otro tipo de expresiones. Ejemplo: “traeme el martillo”.

Expresar sentimientos: a veces decimos cosas que no pretenden informar algo a alguien ni dar una orden, sino que expresan un estado interno (alegría, tristeza, enojo, etc.). Esta es la **función expresiva** del lenguaje. Ejemplo: “¡caramba!”

Cometer otras acciones: con el lenguaje natural también se llevan a cabo otras acciones. Estas acciones sólo pueden realizarse por medio del lenguaje. Ejemplos: agradecer, bautizar, casar, saludar, etc.. La llamamos **función ejecutiva o performativa** del lenguaje.

Para nuestros fines nos importa la función informativa del lenguaje. Especialmente nos interesa distinguir el **contenido informativo** de las oraciones que utilizamos de su **contenido emotivo**. Por ejemplo, las siguientes oraciones tienen **el mismo contenido informativo pero distinto contenido emotivo**:

- a) Las mieses son de oro, de esmeralda los prados, y ese manso arroyuelo trae su caudal de plata.
- b) Los cereales maduros son amarillos, el pasto del campo es verde y el pequeño arroyo refleja los rayos del sol.

En teoría de la deducción no nos debe importar el contenido emotivo.

Términos y oraciones.

Los términos se refieren a objetos o conjuntos de objetos. Funcionan como nombres. Las oraciones, en cambio, expresan hechos y relaciones entre hechos. Ejemplos:

Términos	Oraciones
2^3	$2^3 = 8$
El sol	La tierra gira alrededor del sol
El departamento en el que vivía John Travolta	Vi el departamento en el que vivía John Travolta
Mamífero	La vaca es un mamífero
tío	Juan es tío de Pedro

Sólo las oraciones (bajo ciertas condiciones) pueden ser verdaderas o falsas. Los términos no pueden ser ni verdaderos ni falsos. De los términos decimos que poseen (o no) referencia.

Tipos de términos.

Cuando el término se refiere a un único objeto, decimos que es un término individual. Cuando se refiere a más de un objeto será un término de clase. Y si se refiere a pares (ternas, etc.), decimos que son términos de relación. Ejemplos:

Tipos de términos	Ejemplos
Individuales	Napoleón Bonaparte, el sol, $8 + 5$, el director de Polka producciones
De clase	perro, argentino, ingeniero, cultura, barco, andamio, martillo
De relación	primo, madre, =, preceder, \sum , ser causa de, estar incluido en

Los términos que poseen referencia se llaman términos **denotativos**. Los que no la poseen se llaman términos no denotativos. En los ejemplos anteriores todos los términos son denotativos. Ejemplo de términos no denotativos: Batman, el ciego que ve.

Informalmente, los términos denotativos tienen una extensión. **La extensión de un término** es el conjunto de objetos a los que se aplica dicho término. Ejemplos: la extensión del término "Napoleón" es el conjunto unitario cuyo único elemento es el hombre llamado Napoleón; la extensión del término "vaca" es el conjunto de todas las vacas. **Tener presente** que los términos pertenecen al lenguaje, mientras que las extensiones de los términos, generalmente, no pertenecen al lenguaje. El término "vaca" está compuesto por cuatro letras y el objeto al cual se aplica el término muge. Pero el término "vaca" no muge, ni las vacas tienen cuatro letras.

Definiciones.

Las definiciones nos dan el significado de las palabras, ya sea el significado que socialmente se les atribuye por medio del uso (como en las definiciones léxicas), o el que nosotros queremos darle (como en las estipulativas). También hay otros tipos de definición. Es importante tener en mente que definir un término significa establecer una relación entre dos conjuntos de elementos lingüísticos: no se pueden definir las cosas, solamente se pueden

definir las palabras o, mejor, los términos de un lenguaje, utilizando elementos de otro o del mismo lenguaje.

Tipos de definición. Definiciones implícitas y explícitas.

Tipos de definición	Explicación	Ejemplos
Estipulativas	Implican la decisión de dar significado a una palabra	“Fe” es el símbolo químico del hierro. “Gogool” es la potencia centésima de diez. (Kasmer)
Lexicográficas o léxicas	Informan del significado que ya tiene, socialmente, una palabra	Corcho: parte exterior de la corteza del alcornoque. Piltrafa: carne flaca que no es más que casi pellejo.
Teóricas	Buscan caracterizar teóricamente el objeto al que se aplica la palabra.	Decir “Lógica” es lo mismo que decir “arte y método de pensar correctamente”. (Durant, W.: <i>Historia de la filosofía</i> , p. 95) Lógica: disciplina que investiga la relación de consecuencia que se da entre las premisas y la conclusión de un argumento correcto. (Mates, B.: <i>Lógica matemática elemental</i> , p. 16)
Enumerativas	Se enumeran los objetos nombrados por el definiendum	$A = \{a, b, c\}$
Ostensivas	Mostrar lo que el definiendum nombra	
Por género próximo y diferencia específica	Destacan una propiedad peculiar de los individuos de una cierta clase o conjunto	Padre: progenitor masculino. Soltera: mujer no casada.
Persuasivas	procuran influir en las actividades del oyente	Abortar: parir antes de tiempo. Abortar: asesinar a seres humanos indefe

Todas estas definiciones son **explícitas**, pues de una u otra manera mostramos su significado a través de otros términos (salvo en las ostensivas).

Podríamos definir una relación **R** cualquiera de la siguiente manera: Si **x** tiene la propiedad **P**, entonces existe un único $y \neq x$ tal que **y** también tiene la propiedad **P** y está en la relación **R** con **x**. Cuando sólo ofrecemos la **estructura** en la que se encuentra **R** estamos dando una **definición implícita** de **R**.

Para construir lenguajes formales podemos partir de un conjunto de símbolos al que llamaremos **vocabulario**. Con los elementos del vocabulario generamos una **sintaxis** por medio de reglas de formación de expresiones. Por ejemplo, para una lógica proposicional de primer orden establecemos el siguiente vocabulario:

$$V = \{p, q, r, s, t, \dots, z, p_1, p_2, \dots, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \mid, (,)\}$$

y las siguientes reglas:

1. Una letra minúscula de la p a la z con o sin subíndice es una fbf.
2. Si A y B son fbfs, entonces $(A \mid B)$ también es una fbf. [Incompatibilidad: sólo es falsa cuando ambos son verdaderos].
3. Definiciones: si A y B son fbf, entonces (convenimos en no utilizar los paréntesis externos)

$$\neg A \stackrel{\text{def}}{=} A \mid A$$

$$A \wedge B \stackrel{\text{def}}{=} \neg(A \mid B)$$

$$A \rightarrow B \stackrel{\text{def}}{=} \neg(A \wedge \neg B)$$

$$A \vee B \stackrel{\text{def}}{=} \neg A \rightarrow B$$

$$A \leftrightarrow B \stackrel{\text{def}}{=} (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

4. Sólo son fbfs las construídas a partir de las reglas 1 y 2, o por medio de las definiciones de 3.

Con esto ya tenemos un lenguaje formal. Dada cualquier sucesión de elementos del vocabulario estamos en condiciones de decidir si esa sucesión pertenece o no al lenguaje. Ejemplo: $\neg p \vee q$ es una fbf porque p es una fbf por regla 1, $\neg p$ también lo es por definición. q es una fbf por regla 1. Siendo $\neg p$ y q ambas fbf, $\neg p \vee q$ también es una fbf por definición. Otro ejemplo: $\forall \vee \wedge p p$ es una sucesión de símbolos del vocabulario pero no pertenece al lenguaje porque los tres primeros símbolos requieren una fbf tanto a izquierda como a derecha.

El razonamiento formal e informal

¿Dos tipos de razonamiento?

- Deductivos y no deductivos

En los razonamientos deductivos

- la conclusión se deriva de las premisas con absoluta necesidad
- es imposible que las premisas sean verdaderas y la conclusión sea falsa
- la conclusión no contiene más información que la ya contenida en las premisas
- la conclusión no se ve afectada por la aparición de nueva información

En los no deductivos

- la conclusión se deriva de las premisas sólo con alguna probabilidad
- es posible que las premisas sean verdaderas y la conclusión sea falsa
- la conclusión incluye información no contenida previamente en las premisas
- puede aparecer información que afecte la fuerza de la conclusión

Los razonamientos deductivos pueden considerarse no deductivos en los que la probabilidad de la conclusión es 1.

Tres formas de evaluar corrección o validez

- Valoración lógica: ¿se sigue la conclusión lógicamente de las premisas?. ¿Es válido el razonamiento?
- Valoración material: ¿son verdaderas (o falsas) las premisas y la conclusión?
- Valoración retórica: ¿es persuasivo o convincente el razonamiento?

Razonamientos formales e informales

- En los razonamientos formales sólo recurrimos a la sintaxis y a la semántica formal para evaluar su validez o corrección. Un razonamiento es formalmente correcto cuando se obtiene aplicando las reglas de transformación propias del sistema. Por lo tanto, un razonamiento formal dado puede ser correcto en un sistema e incorrecto en otro.
- En los informales sólo podemos recurrir a la intuición o a la semántica y pragmática informales para evaluar validez. No hay forma de determinar la corrección absoluta. Solamente contamos con el éxito en la práctica y en algunas reglas convencionales.

Correlación entre lenguajes formales e informales.

Los lenguajes formales suelen utilizarse para traducir esquemática y precisamente expresiones o ideas formuladas en un lenguaje natural. Así, para expresar la idea de línea recta podemos utilizar la ecuación de la recta, o para decir que mi abuelo tiene dos veces la edad de mi padre menos la edad de mi hijo menor podemos utilizar una expresión algebraica. Pero, además, las expresiones formales tienen la finalidad de facilitarnos el cálculo. Se ha supuesto que los formalismos lógicos tienen el poder de expresar con precisión cualquier expresión informativa del lenguaje natural. La formalización es una cuestión de grado. Uno puede formalizar una oración informativa del lenguaje natural de diferentes maneras. Sea la oración

i) El presidente firmó el tratado con una pluma roja.

Podemos considerar al presidente como un individuo del cual decimos que firmó el tratado con una pluma roja. Así, la formalización consta de solamente dos símbolos: uno para el sujeto (el presidente) y otro para el predicado (firmó el tratado con una pluma roja). En un lenguaje lógico común y corriente sería: Pa , donde “a” denota al presidente y “P” denota la clase de objetos tales que son firmas de tratados con pluma roja. Pero también podríamos haber considerado dos individuos y dos predicados, por ejemplo, P podría haber representado la clase de pares de objetos que firman tratados con algo y Q la clase de objetos que son plumas rojas, a es el presidente y x es uno de los elementos de la clase Q . La formalización hubiera sido entonces $\exists x (Qx \wedge Pax)$, es decir, existe al menos un x tal que Qx y Pax . También podríamos tomar a la firma del tratado por el presidente con una pluma roja como un solo objeto. La cosa hubiera sido así: $\exists x Px$, lo que se leería existe al menos un x tal que x es una firma del tratado por el presidente con una pluma roja. Hay muchas variantes más. Elegir una formalización entre otras muchas posibles depende de nuestras necesidades prácticas. Esto que estoy tratando penosamente de explicar puede verse mejor, quizás, en los distintos niveles de lenguajes de programación. Siempre que nos dispongamos a crear un lenguaje de programación tendremos que decidir si crear un lenguaje de alto nivel más fácil

de aprender pero más rígido en cuanto a sus funciones o un lenguaje de bajo nivel, con muchas instrucciones, más versátil y adaptable para muchas funciones, pero más difícil de aprender a utilizar.

El problema de la verdad.

En los lenguajes formales hay dos opciones para determinar la verdad o la falsedad de una oración: o bien podemos decir que las oraciones verdaderas son solamente las deducibles en el sistema, es decir, las obtenidas correctamente a partir de las reglas de transformación, o bien podemos dar una interpretación del lenguaje formal. En el primer caso tenemos una noción de verdad sintáctica, o sea que depende nada más que de si se han efectuado las transformaciones de acuerdo con las reglas. En el segundo caso, estamos hablando de una verdad semántica: una que correlaciona elementos del lenguaje con objetos del mundo. Para dar una interpretación de un sistema formal necesitamos dos pasos: el primero consiste en delimitar un conjunto de objetos al que llamaremos “dominio” (igual que determinamos el dominio de una función). El segundo consistirá en correlacionar cada uno de nuestros símbolos del sistema formal con objetos individuales o con subconjuntos del dominio. En ninguno de los dos casos tenemos una noción de verdad en general, sino una verdad relativa a un sistema, en el primer caso, y una verdad relativa a una interpretación, en el segundo. Esto significa que una misma oración puede ser verdadera en un sistema y falsa en otro, y también que una misma oración puede ser verdadera en una interpretación y falsa en otra.

El caso de la verdad en los lenguajes naturales es mucho más complejo. En primer lugar, no tenemos una verdad sintáctica, es decir, ninguna oración es verdadera por su construcción, sino siempre en relación a su significado. Por ejemplo, podemos decir que la oración “llueve o no llueve” es verdadera por su forma, pero en realidad, aunque su verdad no depende del significado de la palabra “llueve”, sí depende de lo que en castellano significan “o” y “no”. Para el resto de las oraciones declarativas, las que se llaman oraciones con contenido empírico para diferenciarlas de las que serían oraciones de tipo lógico, la verdad siempre depende de muchos factores: el significado de la oración, las intenciones del que la pronuncia, el contexto espaciotemporal en el que se emite y, en definitiva, de cómo es el mundo o la parte del mundo a la que se refiere. “Argentina no ganó jamás un campeonato del mundo” es verdadera si me estoy refiriendo al básquet y falsa si me refiero al fútbol o verdadera si refería al fútbol pero fue pronunciada en 1920.

Tradicionalmente se considera que hay oraciones del lenguaje natural para las que no es necesario recurrir a la experiencia para saber si son verdaderas o no, por ejemplo, “el verde es un color”, “si no hay un número impar de flores en el jardín, entonces no hay tres flores en el jardín”, “los solteros no están casados”, “todos los caballos blancos son blancos”, etc.. Se dice que las oraciones así son analíticas o analíticamente verdaderas, ya que para saber que son verdaderas lo único que hay que hacer es comprender el castellano. Pero la mayoría de las oraciones no son analíticas sino sintéticas, por ejemplo, “Mar del Plata es una ciudad de veraneo”, “el dólar cerró a 2,92”, “la Iglesia ejerce una fuerte presión en contra de la legalización del aborto”, “Colón descubrió América en 1492”, etc.. Las precedentes son todas oraciones verdaderas, pero su verdad no depende del significado de las palabras utilizadas solamente, sino de cómo es el mundo. Dicho de otra manera, no hay ninguna contradicción si las negamos. La oración que dice “Mar del Plata es una ciudad de veraneo” es verdadera porque Mar del Plata es una ciudad de veraneo, si Mar del Plata no lo hubiera sido, la oración

hubiera sido falsa. No puede aplicarse este mismo razonamiento a las oraciones analíticas sin caer en una contradicción.

Actividades

2. Distinga la carga emotiva presente en los siguientes párrafos. Si está en lenguaje neutro, reescríbalo emotivamente. Si tiene carga emotiva, tradúzcalo a un lenguaje neutro.

a) Organófilos: variedad poco importante de infecundos, reconócense en seguida por una especie de culto fetichista hacia los instrumentos de observación. Fascinados por el brillo del metal como la alondra por el espejuelo, cuidan amorosamente de sus ídolos, que guardan como en sagrario, relucientes como espejos y admirablemente representados. Reposo y disciplina conventual reinan en el laboratorio, donde no hay una mancha ni se oye el menor rumor. [Santiago Ramón y Cajal, *Los tónicos de la voluntad*, Madrid, Espasa-Calpe, sexta edición, 1952, p. 93]

b) ... por complicadas que sean, está claro que las máquinas no son fines en sí mismos. Pueden ser valiosas por su utilidad o por su escasez; incluso determinado ejemplar puede ser valioso por ser históricamente único. Sin embargo, las máquinas se tornan en algo sin valor si no poseen un valor de escasez, pues si hay muchas del mismo tipo estamos dispuestos a pagar para que se las lleven. Por el contrario, valoramos las vidas humanas a pesar del problema de la superpoblación, el más grave de los problemas sociales de nuestro tiempo. Incluso respetamos la vida de un asesino.

3. Imagine situaciones en las que puedan considerarse vagas las siguientes palabras:

guerra - homicidio - ciencia - casa - enfermedad - productor agropecuario - político - masa - color - comida

4. El profesor Ernesto Sosa tiene un problema que acarrea desde hace varios años. Cree firmemente las siguientes dos afirmaciones:

a) Si en un lugar L no existe en el momento T_i otra arena que la de una cierta duna de arena, y si en el intervalo que va de T_i a T_{i+1} se quita un grano de arena de L y no se realiza ningún otro cambio en la cantidad o en la disposición de la arena en L , entonces (necesariamente) en T_{i+1} hay todavía una duna de arena en L .

b) Si en un lugar L no hay nada más que un grano de arena, entonces (necesariamente) en ese lugar no hay una duna de arena.

El problema consiste en que también cree, con idéntica firmeza, que estas dos afirmaciones son incompatibles. Se agradece un diagnóstico. [Sosa menciona este problema en «Más allá del escepticismo, a nuestro leal saber y entender», *Análisis Filosófico*, VIII, 2, 1988:97-139. El ejemplo está en la pág. 109.]

5. Elija uno de los siguientes párrafos y a) detecte palabras o expresiones vagas y/o ambiguas, b) justifique su respuesta mostrando en cada caso el perjuicio causado a la claridad expresiva, c) redacte nuevamente el párrafo tratando de precisarlo todo lo que pueda, y d) señale los errores conceptuales que encuentre.

I) "El que aspira a ser un sabio, un gran "mago", debe ser heredero de la esfinge: tener cabeza humana para poseer la palabra, alas de águila para elevarse, nalgas de toro para labrar las profundidades y garras de león para abrirse camino hacia arriba y hacia abajo, hacia la derecha y hacia la izquierda." Noemí Hebe Martínez, *El universo y sus enigmas*, "Superstición vs. magia", Corregidor, 1987, p. 59.

II) "La Semiótica es el estudio de los signos, es decir del sentido de las palabras. Estos son arbitrarios, mientras que los símbolos contienen un valor impuesto por el hombre. Son pescados sueltos con dos pescadores; pero si se los presenta cruzados son el símbolo de las multiplicaciones de los panes, que también fue de los peces. Es más, cuando estamos durmiendo y soñamos, nos comunicamos con nuestra mente subjetiva o el inconsciente, cuyo lenguaje es simbólico. Por eso muchas veces no alcanzamos a descifrar el mensaje, porque viene en una forma muy desordenada la representación de sentimientos o sensaciones o recuerdos de ese fantástico mundo que permanece para muchos de nosotros inasible." Sylvia Colombes, *El poder mental. Los símbolos secretos*, Corregidor, 1993, p. 21.

6. John Tillotson, obispo de Canterbury entre 1690 y 1700, en defensa de la creación divina del mundo, escribió:

¿Cuántas veces tendrá un hombre, habiendo mezclado en una bolsa una colección de letras, que arrojarlas al suelo para que formen al caer un poema exacto, o bien hasta formar un buen discurso en prosa? ¿Y no será más fácilmente creado por azar un librito que escrito el inmenso volumen que es el mundo?",

y Sir Arthur Eddington, en 1927, decía:

"si pudiéramos a un ejército de monos a aporrear máquinas de escribir, podrían llegar a escribir todos los libros del Museo Británico".

[Citado en Brian Hayes, "Juegos de Ordenador. Reseña de actualidad sobre el noble arte de transformar literatura en parloteo", *Investigación y Ciencia*, 88, enero de 1984, pág. 102]

Relacione la hipótesis Tillotson-Eddington (la que dice que es posible escribir algo con sentido al azar) con las nociones de significado oracional, vaguedad, ambigüedad y textura abierta. [Ayuda: averiguar qué relación existe entre la mera combinatoria de letras y las nociones mencionadas. Ver si es factible o no que suceda lo sugerido.]

7. Cada una de las siguientes oraciones expresan más de una proposición. Explicitelas claramente.

- a) La ley establece sanciones para los que conduzcan automóviles alcoholizados.
- b) Conviene que no te pases en el tiempo que dispones para estar junto con mi hermana.
- c) Doce policías fueron detenidos por maleantes.
- d) Aquí tenemos una nota alta.
- e) Apenas se entreplumaban, algo como un ulucordio los encrestoriaba, los extrayuxtaba y paramovía.

8. Indique a qué clase o clases pertenece cada una de las siguientes definiciones. Señalar, además, si están dadas en lenguaje objeto, metalenguaje o lenguaje mixto. Ejemplos:

- a) "Matrimonio" significa "prostitución legalizada".
- b) Llamamos "basión" al punto medio en el borde anterior o ventral del foramen magnum.
- c) Utilizaremos la expresión "mausoleo" como nombre que suele darse a un monumento funeral suntuoso.
- d) Los trogloditas son los habitantes de las cavernas.
- e) Una emulsión es un coloide en el que un líquido está suspendido en otro líquido.
- f) "Lipasa" es el nombre que recibe una enzima que degrada los lípidos.
- g) Decir "delgado" es lo mismo que decir "enjuto de carnes".
- h) "Comunismo" se entiende como "doctrina que enseña las condiciones para la emancipación del proletariado".
- i) "Comunismo" es el nombre de cualquier régimen totalitario caracterizado por el ambiente militarizado y la supresión de los derechos individuales.
- j) Las expresiones "egoísmo" y "amor exagerado de sí mismo" son equivalentes en significado.
- k) Definimos "conocimiento" como "creencia verdadera y justificada".
- l) El conocimiento consiste en la abstracción de la forma esencial a partir de la materia individual.
- m) A la copia del objeto en el sujeto llamamos "conocimiento".
- n) "Conocimiento" significa "captación y determinación de objetos por medio de conceptos".
- o) Una función es recursiva si existe un procedimiento efectivo para calcularla.

9. Indique qué regla o reglas violan las siguientes definiciones. Señalar, además, si están dadas en lenguaje objeto, metalenguaje o lenguaje mixto.

- a) Un pesado es una persona que habla cuando uno quiere que escuche. (Ambrose Bierce)
- b) "Libro" es la palabra que usamos para designar aquello que está hecho de papel, cubiertas y letras de imprenta.
- c) "Pasto" se refiere a lo que comen las vacas.
- d) "Fatalista" significa "partidario del fatalismo".
- e) "Voluntad popular" y "voluntad del pueblo" significan lo mismo.
- f) Usamos la expresión "opinión pública" como equivalente de "juicio o parecer del público".
- g) Decir "pantalón" y decir "vestimenta de tela que se usa para cubrir las piernas" es equivalente.
- h) Llamamos "lámpara" a cualquier objeto que ilumine.
- i) La palabra "ideal" denota algo así como un huracán que lleva la vida hacia las cimas y la pone al servicio de Dios y de los demás con ilusión.
- j) Definir es precisar el alcance y significado de un signo lingüístico en determinado contexto teórico.
- k) "Jirafa" y "mamífero rumiante del Africa" son expresiones sinónimas.
- l) Definimos a la raza blanca como aquella que no es negra, amarilla, ni cobriza.
- m) El hombre es un junco pensante. (Pascal)
- n) "Geometría" es igual por definición a "ciencia que estudia los entes geométricos".
- o) Si así fué, así pudo ser; si así fuera, así podría ser; pero como no es, no es. Eso es la Lógica. (Lewis Carroll, Tweedledee, en *Through the Looking Glass*, cap. IV)

10. Desarrollo de la capacidad para captar y formular razonamientos informales. Dificultades lingüísticas y semióticas.

Lo primero que haremos será distinguir entre razonamientos deductivos y no deductivos por un lado y descripciones o fragmentos que de ninguna manera constituyen razonamientos de ningún tipo. Algunos de ellos son francamente malos. Parte de la tarea consiste en identificarlos y tratar de formular alguna explicación de por qué son incorrectos.

1. Los niños son ilógicos. Nadie que sepa manejar un cocodrilo es despreciado. Las personas ilógicas son despreciadas. Por consiguiente, los niños no saben manejar cocodrilos.
2. En el fondo creo que no herí al hombre. La ley de probabilidades me declara inocente de su sangre, pues en todas mis escasas experiencias con armas, nunca di en ningún blanco que tratara de acertar, y yo sé que hice todo lo posible para acertar al hombre. (Mark Twain, *Libro de Notas*)
3. Meliso sostiene que si algo existe debe ser eterno sobre la base de que es imposible para cualquier cosa venir a la existencia de la nada. (Aristóteles, *De Melisso*, 974a)
4. Las cabras de Cefalenia no beben del mismo modo que los hacen otros cuadrúpedos, sino que cada día vuelven sus caras hacia el mar, abren sus bocas e inhalan el aire. (Aristóteles, *De mirabilibus auscultationibus*, 831a19,9)
5. Un alcalde se retrasó cuando se dirigía a inaugurar las fiestas del pueblo, y se le pidió al párroco que hablara mientras tanto a la multitud. Este describió algunos aspectos de su experiencia pastoral, incluyendo su desconcierto y embarazo cuando, muchos años antes, su primer penitente se había confesado de un crimen particularmente sórdido. Finalmente, llegó el alcalde, y, al dar las gracias al párroco por distraer al público durante su ausencia, dijo: "estoy contento de ver aquí hoy al Padre Brown. El y yo somos viejos amigos. En realidad, yo fui su primer penitente. [Este cuento del párroco y del alcalde aparece mencionado en Morris Cohen, *Razón y Naturaleza. Ensayo sobre el significado del método científico*, Buenos Aires, Paidós, 1956, p. 203. La presente versión se extrajo de Margaret Boden, *Inteligencia Artificial y hombre natural*, Madrid, Tecnos, 1984, p. 345.]
6. James Young Simpson (1811-1870) fue el primer médico que usó la anestesia en partos. Su método fue criticado por los que creían que este dolor estaba decretado por Dios, pues era parte de la maldición que hizo caer sobre Eva. Simpson señaló que Dios no se regocijaba en el dolor, ya que cuando sacó una costilla de Adán para crear a Eva a partir de ella, hizo que se sumiera en un sueño profundo.
7. En Creta se alza un templo dedicado a la diosa Artemis Rocea. Allí los perros se vuelven locos de rabia y, cuando esa enfermedad los ataca, se tiran de cabeza al mar desde lo alto del acantilado. (Claudio Eliano, *Historia de los animales*, Libro XII, 22)
8. Tú no conoces a esta persona que está cubierta con un velo. Pero esta persona es tu padre. Luego, tú no conoces a tu padre. (Eubúlides de Mileto)
9. Tú tienes lo que no has perdido. Pero tú no has perdido los cuernos. Luego, tú tienes cuernos.
10. Cuando el fisonomista Zopiro encontró a Sócrates, viendo su rostro, lo declaró imbécil de nacimiento, inculto e incapaz de perfeccionarse.

11. Si Borges nació en Buenos Aires, entonces nació en Argentina. Borges nació en Buenos Aires. Por lo tanto, nació en la Argentina.
12. La predicción del tiempo es una ciencia exacta. Por lo tanto, mañana lloverá o no lloverá.
13. Un hombre que no es un hombre, viendo y no viendo a un pájaro que no es un pájaro, posado en un árbol que no es un árbol, le tira y no le tira con una piedra que no es una piedra. (Clearco)
14. El postulado de las paralelas tiene su origen en representaciones sensoriales visuales y táctiles. Las paralelas se presentan, ópticamente, como rectas de un plano que no se cortan y, precisamente, como límites de las rectas secantes que se cortan en un punto lejano. En la representación táctil se presentan, por el contrario, como líneas equidistantes. La asociación conduce a que dos paralelas sean concebidas como rectas de un plano equidistantes. Y la hipótesis de la existencia de tales rectas implica notoriamente el postulado de Euclides sobre las paralelas. (Adaptado de Federico Enriques, *Problemas de la ciencia*).
15. Los principios de la geometría no son hechos experimentales. Constrúyase un círculo material: médase el radio de la circunferencia y trátase de ver si la relación de esas longitudes es igual a π . ¿Qué se habrá hecho? Se habrá hecho una experiencia, no sobre las propiedades del espacio, sino sobre aquellas de la sustancia con la cual se ha trazado ese redondel, y de aquella de que está hecho el metro que ha servido para las medidas. (Adaptado de H. Poincaré, *La Ciencia y la Hipótesis*, cap. V)
16. El sujeto S prefiere p a q y prefiere q a r. Por lo tanto, S prefiere p a r.
17. Un jardinero que cultiva su propio jardín con sus propias manos une en su persona los tres caracteres diferentes del terrateniente, el granjero y el labrador. Su producción, por lo tanto, debe brindarle la renta del primero, el beneficio del segundo y el salario del tercero. (I. Copi, *Introducción a la lógica*)
18. Si tenemos dos relojes, uno que atrasa un minuto diario y otro que no funciona para nada, da mejor la hora aquel que no funciona, pues el que atrasa sólo dará la hora exacta una vez cada dos años, mientras que el otro la dará dos veces al día. (Adaptado de *The Complete Works of Lewis Carroll*).
19. Pedro y Pablo son apóstoles. Los apóstoles son doce. Por lo tanto, Pedro y Pablo son doce. (G. Peano, *Aritmética General*, citado por F. Enriques, *Para la historia de la lógica*, p. 177).
20. "... es propio del hombre instruído buscar la exactitud en cada género de conocimientos en la medida en que la admite la naturaleza del asunto; evidentemente, tan absurdo sería aprobar a un matemático que empleara la persuasión como reclamar demostraciones a un retórico." Aristóteles, *Ética Nicomaquea*, I, 3, 1094b 24-27.
21. El ángulo α es obtuso y el β es recto. Por lo tanto, $\alpha > \beta$.

22. Los estudiantes universitarios estudian medicina, derecho, ingeniería y arquitectura. Juan es un estudiante universitario. Por lo tanto, Juan estudia medicina, derecho, ingeniería y arquitectura.
23. Cada uno de esos pulóveres tiene un 50% de descuento. De manera que si compro 2 de ellos, obtendré el 100% de descuento y así los llevaré gratis.
24. Una vez, un señor temeroso de que en el avión en el que debía viajar subiese algún terrorista que llevase una bomba, decidió hacer el viaje cargando él mismo una bomba, pues pensaba que si había una cierta probabilidad de que subiera una persona con una bomba era mucho menos probable que subieran dos personas con una bomba.
25. Cada vez es mayor la cantidad de jóvenes que reciben instrucción en los colegios secundarios. Y también es verdad que ha aumentado la delincuencia juvenil. Esto significa que para eliminar la delincuencia juvenil es necesario cerrar los colegios secundarios.
26. Todo aquel que deliberadamente golpee a otra persona deberá ser castigado. Este boxeador ha golpeado deliberadamente a su oponente. Por lo tanto, deberá ser castigado.
27. Los roedores están muy distribuidos sobre toda la tierra. Este ratón es un roedor. Por lo tanto, este ratón está muy distribuido sobre la tierra.
28. La teología enseña que el sol ha sido creado para iluminar la Tierra. Ahora bien, movemos la antorcha para iluminar la casa, pero no la casa para que ésta sea iluminada por la antorcha. Por consiguiente, es el Sol el que gira alrededor de la Tierra, y no la Tierra alrededor del Sol. (Besian Array, 1671, citado por Oscar Nocetti, *Falacias y medios de comunicación*, Buenos Aires, Humanitas, 1990).
29. Es obvio que no debe permitirse el ingreso de mujeres en este colegio, pues ha sido de varones durante 400 años.
30. Me dieron demás el vuelto en este negocio. No debo devolverlo, ya que si hubiera sido yo el que pagara de más, ellos no me lo habrían devuelto.
31. Hay que aplicar la pena de muerte, porque seguramente los condenados no tuvieron piedad para quitarle la vida a otras personas.
32. El senador X sostiene que no debemos autorizar la fabricación de misiles. No puedo entender por qué quiere dejarnos indefensos.
33. El actual canciller de Alemania estuvo enrolado en la Juventud Hitleriana cuando tenía 3 años de edad. De modo que, con semejante antecedente, su pretendido plan de reformas tiene que ser facista.
34. Debemos negarnos a imponer un impuesto especial a las comunicaciones vía modem. En una encuesta realizada por correo electrónico, el 95% de los consultados respondieron negativamente.

35. Apostaré al caballo C. Ha ganado la mitad de las carreras que ha corrido en los últimos dos años, y perdió en las últimas cuatro. Por lo tanto, ahora le toca ganar.
36. Nuestro adversario de esta noche, el Real Madrid, está puntero sin haber perdido ni un partido y es el mejor equipo del país. Por lo tanto, esta noche o bien les ganamos y conseguimos aumentar nuestra estima, o perdemos y salimos tapándonos la cara de vergüenza.
37. Señale los errores categoriales que encuentre en el siguiente párrafo:

“Creía ver una serpiente de cascabel
 que le interrogaba en griego:
 mirando mejor vio que era
 la mitad de la próxima semana.
 Lo único que siento -dijo-
 es que no pueda hablar”
 Creía ver una inferencia
 demostrando que él era el Papa.
 Mirando mejor vio que era
 un pedazo de jabón de mármol.
 “Dios mío! -dijo- un hecho tan funesto
 destruye toda esperanza.

[Lewis Carroll, “Canción del jardinero loco” (frag.), de *Silvia y Bruno* (1889).

Citado en L. Carroll, *El juego de la lógica y otros escritos*, Alianza, Madrid, 1986, p. 9.

"He thought he saw a Rattlesnake That questioned him in Greek: He looked again, and found it was The Middle of Next Week. 'The one thing I regret,' he said, 'Is that it cannot speak!" (cap. 6)...

11. Problemas

A continuación ofrezco algunos ejemplos de problemas que pueden resolverse con recursos lógicos simples. El ejercicio consiste en formular las premisas y la conclusión de manera completa, pero no solamente eso. En ellos surgen problemas lingüísticos de vaguedad y ambigüedad que deberán ser resueltos previamente. Si no desarrollamos nuestra capacidad de captación y organización lógica, tampoco podremos comprender cómo se estructura la ciencia ni por qué procede de la manera que procede. Estas habilidades no nos convierten en científicos por sí mismas, pero son indispensables para la generación de proyectos, su evaluación y ejecución. Recomiendo los libros de Martin Gardner y Raymond Smullyan para estimular el pensamiento lógico (ambos son matemáticos). También resulta provocativa la presentación de paradojas. Al final de esta sección de ejercicios propongo algunas con la sola finalidad de sentarse a razonar. En realidad, no es necesario que resuelvan todos los ejercicios, lo que es importante es contar con ejemplos de lo que queremos decir.

1. Cuando los siete miembros de la familia Craig fueron a ver al Dr. Kohn, hallaron solamente seis sillas en su sala de espera. "Podemos arreglar esto", dijo la enfermera Perry. "Formen una fila, por favor". Una vez que la familia se puso en fila, sentó al Sr. Craig en la primer silla y le dijo al último de la hilera: "Siéntate un momento en las rodillas de tu padre". Luego, puso al tercer Craig en la segunda silla, al cuarto en la tercera, al quinto en la cuarta y al sexto en la quinta. Se volvió entonces hacia el último de los Craig que estaba sentado sobre su padre, y lo ubicó en la sexta silla. "Ya están todos en su silla", dijo, "y pueden

esperar confortablemente hasta que el Dr. Kohn los atienda". ¿Está la enfermera Perry en lo cierto?

2. Un hombre persigue a una ardilla que está en la copa de un árbol. La ardilla se encuentra siempre del lado opuesto al que está el hombre, de manera que toda vez que el hombre corre alrededor del árbol la ardilla se desplaza por la copa quedando del otro lado. Dan así varias vueltas alrededor del árbol, pero, ¿puede decirse que el hombre corre alrededor de la ardilla? [Tener en cuenta que el hombre está en el suelo y la ardilla sobre el árbol.] [Ayuda: ¿Significa lo mismo "alrededor" cuando se dice que el hombre corre alrededor del árbol y cuando se dice que corre alrededor de la ardilla?]
3. En una hipotética isla sólo existen dos clases de habitantes: los caballeros, que siempre y sin excepción dicen la verdad, y los escuderos, que mienten sistemáticamente. Sabiendo esto, trate de resolver los problemas propuestos razonadamente. El primero está resuelto a modo de ejemplo. Estos ejercicios han sido tomados del libro de Raymond Smullyan *¿Cómo se llama este libro?*, Madrid, Cátedra, 1989.
 - a) A y B son habitantes. A dice «Uno al menos de nosotros es escudero». ¿Qué son A y B?

Rta. modelo: Hipótesis: A es escudero. Si A es escudero, entonces es falso que al menos uno de ellos sea escudero. Por lo tanto, ninguno de los dos puede ser escudero. Esto se contradice con la hipótesis, por lo tanto A debe ser caballero. Si A es caballero, lo que dijo es verdad, y, al no ser él escudero, necesariamente ha de serlo B. La única hipótesis consistente con los datos es, pues, que A es caballero y B es escudero.

- b) A, B y C son habitantes. Un viajero pregunta a A, «¿Eres caballero o escudero?». No se entiende lo que A contesta. Se le pregunta a B «¿Qué ha dicho A?» y B contesta «A ha dicho que es escudero». C dice «No creas a B que está mintiendo». ¿Qué son B y C?
- c) A, B y C son habitantes. El viajero pregunta a A, «¿Cuántos caballeros hay entre ustedes?». No se entiende su respuesta. Se le pregunta a B «¿Qué ha dicho A?». B contesta «A ha dicho que hay un (solo) caballero entre nosotros». C dice «No creas a B que está mintiendo». ¿Qué son B y C?
- d) A y B son habitantes. A dice «O yo soy un escudero o B es un caballero». ¿Qué son A y B?
- e) A es un habitante y dice «O yo soy un escudero o en caso contrario dos más dos es igual a cinco». ¿Qué se puede concluir?
- f) A, B y C son habitantes. A dice «Todos nosotros somos escuderos». B dice «Uno de nosotros, y sólo uno es un caballero». ¿Qué son A, B y C?
- g) A, B y C son habitantes. A dice «Todos nosotros somos escuderos». B dice «Uno de nosotros, y sólo uno es un escudero». ¿Puede determinarse lo que es B? ¿Puede determinarse lo que es C?
- h) A y B son habitantes. A dice «Yo soy escudero, pero B no lo es». ¿Qué son A y B?

4. Un hombre estaba mirando un retrato y alguien le preguntó: “¿De quién es esa fotografía?”, a lo que él contestó, “Ni hermanos ni hermanas tengo, pero el padre de este hombre es el hijo de mi padre” (“El padre de este hombre”, quiere decir, claro, el padre del que está en la fotografía). (Raymond Smullyan, *¿Cómo se llama este libro?*, Madrid, Cátedra, 1989, p. 21)
5. Una botella de vino costaba diez dólares. El vino valía nueve dólares más que la botella. ¿Cuánto valía la botella? (Raymond Smullyan, *La dama o el tigre*, Bs. As., R.E.I., 1990, p. 16)
6. Supón que tú y yo tenemos la misma cantidad de dinero. ¿Cuánto tengo que darte para que tengas diez dólares más que yo? (Smullyan, *op. cit.*, p. 15)
7. Intente disolver o refutar las siguientes objeciones al uso de números negativos. Este ejercicio es mucho más complejo y requiere de algunas elaboraciones matemáticas. Aquí tiene solamente la finalidad de mostrar la necesidad de convenciones definicionales, es decir, definiciones estipulativas y teóricas.
 - a) La noción de número negativo es absurda, pues la regla de los signos nos obliga a admitir que $-1/1 = 1/-1$. Si se entiende esta igualdad como la igualdad de dos razones, habremos de afirmar que la razón del menor de dos números al mayor de ellos es igual a la razón del mayor al menor. [Paradoja de Arnauld]
 - b) Los números negativos son mayores que infinito, pues $a/0 = \infty$, y si dividimos a por un número menor que 0, ¿no deberíamos obtener un cociente negativo y mayor que infinito? [Hipótesis de Wallis-Euler].
 - c) Una cantidad única nunca puede considerarse como afirmativa o negativa: pues si una cantidad única como b se marca, ya sea con el signo $+$, ya con el signo $-$, sin asignarle otra cantidad, como a , a la cual ha de sumarse o sustraerse, la marca carece de sentido o significado. Por consiguiente, si se dice que el cuadrado de -5 es igual a $+25$, tal aseveración, o bien tiene que significar sólo que 5 veces 5 son 25, sin tener para nada en cuenta los signos, o bien debe considerarse como un puro disparate, como un galimatías ininteligible. [Francis Masère, *Disertation on the Use of the Negative Sign in Algebra*, 1758]
8. He aquí siete paradojas clásicas. Se ha discutido mucho acerca de sus semejanzas y diferencias, de manera que será útil que intente compararlas. ¿Admiten todas el mismo tipo de solución? ¿Prueba la existencia de estas paradojas que hay fallas en la concepción tradicional de la lógica como la disciplina que estudia la normativa del pensamiento (es decir, como la disciplina que nos enseña cómo debemos pensar)?
 - a) «Uno de ellos, su propio profeta (de Creta), dijo: "Los cretenses son siempre mentirosos, malas bestias, glotones ociosos". Este testimonio es verdadero; por tanto, repréndelos duramente, para que sean sanos en la fe.» *Epístola del Apóstol San Pablo a Tito*, 1, 12-13.

- b) El cocodrilo le pregunta a la madre: "¿Voy a comerme a tu niño?. Responde correctamente y te lo devolveré ileso." Y la madre le contesta: "Sí, te comerás a mi hijo". ¿Qué hizo el cocodrilo?
- c) Los caníbales le proponen al cazador: "si lo que dices es verdad, serás hervido, y si lo que dices es falso serás asado", ¿Qué deberá decir el cazador?
- d) Cuando Sancho Panza fue nombrado gobernador de la ínsula Barataria, tuvo que enfrentar problemas un tanto difíciles, como el que a continuación relató Cervantes. ¿Cuál le parece a Ud. que sería la decisión correcta?

-Señor, un caudaloso río dividía dos términos de un mismo señorío (y esté vuestra merced atento, porque el caso es de importancia y algo dificultoso). Digo, pues, que sobre este río estaba una puente, y al cabo de ella, una horca y una como casa de audiencia, en la cual de ordinario había cuatro jueces que juzgaban la ley que puso el dueño del río, de la puente y del señorío, que era en esta forma: "Si alguno pasare por esta puente de una parte a otra, ha de jurar primero adónde y a qué va; y si jurare verdad, déjenle pasar; y si dijere mentira, muera por ello ahorcado en la horca que allí se muestra, sin remisión alguna". Sabida esta ley y la rigurosa condición de ella, pasaban muchos, y luego en lo que juraban se echaba de ver que decían verdad, y los jueces los dejaban pasar libremente. Sucedió, pues, que tomando juramento a un hombre, juró y dijo que para el juramento que hacía, que iba a morir en aquella horca que allí estaba, y no a otra cosa. Repararon los jueces en el juramento, y dijeron: "Si a este hombre le dejamos pasar libremente, mintió en su juramento, y, conforme a la ley, debe morir; y si le ahorcamos, él juró que iba a morir en aquella horca, y, habiendo jurado verdad, por la misma ley debe ser libre". Pídesse a vuestra merced, señor gobernador, qué harán los jueces de tal hombre, que aún hasta ahora están dudosos y suspensos. Y habiendo tenido noticia del agudo y elevado entendimiento de vuestra merced, me enviaron a mí a que suplicase a vuestra merced de su parte diese su parecer en tan intricado y dudoso caso.

- e) "El mínimo número natural no nombrable en menos de 26 sílabas" tiene 24 sílabas. (Berry, 1906)
- f) El conjunto de partes de un conjunto **A**, denominado **P(A)**, tiene más elementos que el mismo conjunto **A** (por el Teorema de Cantor), a saber, tiene 2^n elementos, donde **n** es el número de elementos de **A**. Ahora bien, sea **B** el conjunto de todos los conjuntos. Tenemos que

(1) **P(B) > B** en lo que respecta al número de elementos.

Sin embargo, al ser **B** el conjunto de todos los conjuntos, tiene que cumplirse que **P(B)** esté incluido en **B**. Y por definición de inclusión, si un conjunto está incluido en otro tiene, a lo sumo, igual número de elementos. Así que

(2) **P(B) ≤ B** en lo que respecta al número de elementos. (Cantor, 1899)

- g) El conjunto de todos los conjuntos que no son miembros de sí mismos, ¿es un miembro de sí mismo?. (B. Russell, 1902). Esta misma paradoja ha sido presentada por Russell como la paradoja del barbero y la paradoja de los catálogos. La del barbero cuenta que en un pueblo se dictó la siguiente ley: "Los barberos tienen la obligación de afeitar solamente a los

que no se afeitan a sí mismos. Y tienen completamente prohibido afeitarse a los que sí se afeitan a sí mismos". En ese pueblo, ¿puede un barbero afeitarse a sí mismo?. La otra versión dice: en una biblioteca hay un catálogo de todos los libros que hay allí, incluyendo los catálogos. De manera que un catálogo puede incluirse a sí mismo o no. La pregunta es: un catálogo de todos los catálogos que no se incluyen a sí mismos ¿debe incluirse a sí mismo?.

9. Sea M un sistema de deducción formal cuyos símbolos primitivos son $\{U, I\}$, sus reglas de formación son:

RF1: los símbolos "I" y "U" solos, son fórmulas bien formadas (fbfs).

RF2: si X es una fbf, entonces XIU y XI son fbfs.

RF3: sólo son fbfs las que respetan RF1 y RF2.

y sus reglas de transformación son:

RT1: en toda fbf la cadena "UIU" puede reemplazarse por el símbolo "I".

RT2: en toda fbf el símbolo "I" puede reemplazarse por la cadena "IUI".

a) Demuestre que la cadena "IIUIII" puede deducirse a partir de la cadena "UIUIIU".

b) ¿En qué sentido la expresión "UIUIIU" es verdadera?

c) Busque un ejemplo de fbf que no pueda demostrarse en M . Explique por qué.